

Fungsi Komposisi dan fungsi Invers

1. Jika $f(x) = x^2 + 1$ dan $g(x) = 2x - 1$ maka tentukan $(f \circ g)(x)$!

Jawab :

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x - 1) = (2x - 1)^2 + 1 = 4x^2 - 4x + 2$$

2. Jika $f(x) = \frac{1}{2x - 1}$ dan $(f \circ g)(x) = \frac{x}{3x - 2}$ maka tentukan $g(x)$!

Jawab :

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$\frac{x}{3x - 2} = \frac{1}{2g(x) - 1} \Leftrightarrow 2g(x) - 1 = \frac{3x - 2}{x} \Leftrightarrow g(x) = 2 - \frac{1}{x}$$

3. Jika $f(x) = \frac{1}{x + 2}$ dan $f^{-1}(c) = -4$ maka tentukan c !

Jawab :

$$f^{-1}(c) = -4 \Leftrightarrow c = f(-4) = \frac{1}{-4 + 2} = -\frac{1}{2}$$

4. Jika $f(x) = 5^{3x}$ maka tentukan $f^{-1}(5\sqrt{5})$!

Jawab :

$$\text{Misal } f^{-1}(5\sqrt{5}) = c \Leftrightarrow 5\sqrt{5} = f(c) \Leftrightarrow 5^{\frac{3}{2}} = 5^{3c} \Leftrightarrow c = \frac{1}{2}$$

5. Diketahui $f(x) = x + 2$ untuk $x > 0$ dan $g(x) = \frac{15}{x}$ untuk $x > 0$. Tentukan x jika $f^{-1} \circ g^{-1}(x) = 1$

Jawab :

$$f^{-1} \circ g^{-1}(x) = 1 \Leftrightarrow g^{-1}(x) = f(1) = 1 + 2 = 3$$

$$x = g(3) = \frac{15}{3} = 5$$

6. Jika $f(x) = \sqrt{x} + 3$ maka tentukan $f^{-1}(x)$

Jawab :

$$y = \sqrt{x} + 3 \Leftrightarrow x = (y - 3)^2 \Rightarrow f^{-1}(x) = (x - 3)^2$$

7. Tentukan fungsi invers dari $f(x) = \frac{3x + 4}{2x - 1}$

Jawab :

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$$

$$f(x) = \frac{3x + 4}{2x - 1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x + 4}{2x - 3}$$

8. Jika $f(x) = 2x - 3$ dan $g(x) = \frac{1}{3x + 1}$ maka tentukan $(f \circ g)^{-1}(x)$

Jawab :

$$(f \circ g)(x) = f\left(\frac{1}{3x + 1}\right) = \frac{2}{3x + 1} - 3 = \frac{-9x - 1}{3x + 1} \Rightarrow (f \circ g)^{-1}(x) = -\frac{x + 1}{3x + 9}$$

9. Tentukan daerah asal ($\mathcal{D}f$) dan daerah hasil dari fungsi $y = \sqrt{x - 1}$

Jawab :

$$\text{Syarat } x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$$

$$\mathcal{D}f : \{x | x \geq 1, x \in \mathbb{R}\}$$

$$\mathcal{R}f : \{y | y \geq 0, y \in \mathbb{R}\}$$

10. Jika $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{untuk } 0 < x < 1 \\ x^2 + 1, & \text{untuk } x \text{ yang lain} \end{cases}$ maka tentukan $f(2) \cdot f(-4) + f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot f(3)$

Jawab :

$$f(2) \cdot f(-4) + f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot f(3) = (2^2 + 1) \cdot ((-4)^2 + 1) + \left(2 \cdot \frac{1}{2} - 1\right) \cdot (3^2 + 1) = 85$$

11. Diketahui $f(x) = 5x + 1$ dan $g(x) = 2(3 - 2x)$. Tentukan $(f - g)(x)$

Jawab :

$$(f - g)(x) = (5x + 1) - (6 - 4x) = 9x - 5$$

12. Jika $f(x) = -x + 3$ maka tentukan $f(x^2) + f^2(x) - 2f(x)$

Jawab :

$$f(x^2) + f^2(x) - 2f(x) = -x^2 + 3 + (-x + 3)^2 - 2(-x + 3) = -4x + 6$$

13. Jika $f(x) = x^2 + 4$ dan $g(y) = \frac{2}{\sqrt{y}}$ maka tentukan $(g \circ f)(t)$

Jawab :

$$(g \circ f)(t) = g(f(t)) = g(t^2 + 4) = \frac{2}{\sqrt{t^2 + 4}}$$

14. Jika $f(x) = 2x^2 + 5x$ dan $g(x) = \frac{1}{x}$ maka tentukan $(f \circ g)(2)$

Jawab :

$$(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{1}{2}\right) = 3$$

15. Diketahui $f(x) = 2x + 5$ dan $g(x) = \frac{x-1}{x+4}$. Jika $(f \circ g)(a) = 5$ maka tentukan a !

Jawab :

$$(f \circ g)(a) = 5 \Leftrightarrow f\left(\frac{a-1}{a+4}\right) = 5 \Leftrightarrow 2\left(\frac{a-1}{a+4}\right) + 5 = 5 \Leftrightarrow a = 1$$

16. Diketahui $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ dan $g(x) = 3x - 2$. Agar $(g \circ f)(a) = -11$ maka tentukan a

Jawab :

$$(g \circ f)(a) = -11 \Leftrightarrow 3(2a^2 + 3a - 5) - 2 = -11 \Leftrightarrow (2a - 1)(a + 2) = 0$$

$$a = \frac{1}{2} \text{ atau } a = -2$$

17. Jika $f(x) = 2x$, $g(x) = x + 1$ dan $h(x) = x^3$ maka tentukan $(h \circ g \circ f)(x)$

Jawab :

$$(h \circ g \circ f)(x) = h(g(f(x))) = h(g(2x)) = h(2x + 1) = (2x + 1)^3 = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$$

18. Jika $f(x) = 3x$ dan $g(x) = 3^x$ maka tentukan ${}^2\log((g \circ f)(x))$

Jawab :

$${}^3\log((g \circ f)(x)) = {}^3\log 3^{3x} = 3x \log 3 = 3x = f(x)$$

19. Jika $f(x) = 4x + 2$ dan $(f \circ g)(x) = 12x - 2$ maka tentukan $g(x)$

Jawab :

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$12x - 2 = 4g(x) + 2 \Leftrightarrow g(x) = 3x - 1$$

20. Jika $f(x) = \sqrt{x+1}$ dan $(f \circ g)(x) = 2\sqrt{x-1}$ maka tentukan $g(x)$

Jawab :

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$2\sqrt{x-1} = \sqrt{g(x)+1} \Leftrightarrow g(x)+1 = 4x - 4 \Leftrightarrow g(x) = 4x - 5$$

21. Jika $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ dan $(f \circ g)(x) = \frac{1}{x-2} \sqrt{x^2 - 4x + 5}$ maka tentukan $g(x-3)$

Jawab :

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$\frac{1}{x-2} \sqrt{x^2 - 4x + 5} = \sqrt{(g(x))^2 + 1} \Leftrightarrow (g(x))^2 + 1 = \frac{1}{x^2 - 4x + 4} + 1$$

$$g(x) = \frac{1}{x-2} \Rightarrow g(x-3) = \frac{1}{x-3-2} = \frac{1}{x-5}$$

22. Jika $g(x) = x + 1$ dan $(f \circ g)(x) = x^2 + 3x + 1$ maka tentukan $f(x)$

Jawab :

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$x^2 + 3x + 1 = f(x+1) \Leftrightarrow f(x+1) = (x+1)^2 + (x+1) - 1$$

$$f(x) = x^2 + x - 1$$

23. Jika $f(x) = 2x - 3$ dan $(g \circ f)(x) = 2x + 1$ maka tentukan $g(x)$

Jawab :

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$g(2x-3) = 2x+1 = 2x-3+4 \Rightarrow g(x) = x+4$$

24. Jika $g(x) = x + 3$ dan $(f \circ g)(x) = x^2 + 11x + 20$ maka tentukan $f(x+1)$

Jawab :

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$f(x+3) = x^2 + 11x + 20 = (x+3)^2 + 5(x+3) - 4$$

$$f(x+1) = (x+1)^2 + 5(x+1) - 4 = x^2 + 7x + 2$$

25. Jika $(g \circ f)(x) = 4x^2 + 4x$ dan $g(x) = x^2 - 1$ maka tentukan $f(x-2)$

Jawab :

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$4x^2 + 4x = (f(x))^2 - 1 \Leftrightarrow f(x) = \sqrt{4x^2 + 4x + 1}$$

$$f(x-2) = \sqrt{4(x-2)^2 + 4(x-2) + 1} = \sqrt{(2x-3)^2} = 2x-3$$

26. Jika $f(x) = (1 - x^3)^{\frac{1}{5}} + 2$ maka tentukan $f^{-1}(x)$

Jawab :

$$y = (1 - x^3)^{\frac{1}{5}} + 2 \Leftrightarrow x = (1 - (y-2)^5)^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow f^{-1}(x) = (1 - (x-2)^5)^{\frac{1}{3}}$$

27. Tentukan invers dari $y = \frac{x+5}{x-1}$

Jawab :

$$y = \frac{x+5}{x-1} \Rightarrow y^{-1} = \frac{x+5}{x-1}$$

28. Tentukan $f^{-1}(x)$ dari $f(x) = \frac{3x+5}{2x-3}$

Jawab :

$$f^{-1}(x) = \frac{3x+5}{2x-3}$$

29. Jika $f(x) = \frac{x}{x-1}$ maka tentukan $f^{-1}(x)$

Jawab :

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{x-1}$$

30. Jika $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ maka tentukan $f^{-1}(x-2)$

Jawab :

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x+1}{x-2} \Rightarrow f^{-1}(x-2) = \frac{3(x-2)+1}{x-2-2} = \frac{3x-5}{x-4}$$

31. Jika $f(x+2) = \frac{x+3}{x-1}$ maka tentukan $f^{-1}(x)$

Jawab :

$$f(x+2) = \frac{x+3}{x-1} = \frac{x+2+1}{x+2-3}$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x+1}{x-1}$$

32. Jika $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 8x - 3$ dan $g(x) = 2x + 4$ maka tentukan $f^{-1}(x)$

Jawab :

$$(f \circ g)(x) = 4x^2 + 8x - 3$$

$$f(2x+4) = (2x+4)^2 - 4(2x+4) - 3$$

$$f(x) = x^2 - 4x - 3$$

$$y = x^2 - 4x - 3 \Leftrightarrow x = 2 + \sqrt{y+7} \Rightarrow f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x+7}$$

33. Diketahui $f(x) = 2x$ dan $g(x) = 3 - 5x$. Tentukan $(gof)^{-1}(x)$

Jawab :

$$(gof)(x) = g(2x) = 3 - 5(2x) = 3 - 10x$$

$$y = 3 - 10x \Leftrightarrow x = \frac{3 - y}{10} \Rightarrow (gof)^{-1}(x) = \frac{3 - x}{10}$$

34. Jika $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$ dan $g(x) = 2x + 4$ maka tentukan $(gof)^{-1}(10)$

Jawab :

$$(gof)(x) = g\left(\frac{1}{2}x - 1\right) = 2\left(\frac{1}{2}x - 1\right) + 4 = x + 2$$

$$y = x + 2 \Leftrightarrow x = y - 2$$

$$(gof)^{-1}(x) = x - 2 \Rightarrow (gof)^{-1}(10) = 10 - 2 = 8$$

35. Jika $f^{-1}(x) = \frac{x - 1}{5}$ dan $g^{-1}(x) = \frac{3 - x}{2}$ maka tentukan $(fog)^{-1}(6)$

Jawab :

$$(fog)^{-1}(6) = (g^{-1}of^{-1})(6) = g^{-1}\left(\frac{6 - 1}{5}\right) = g^{-1}(1) = \frac{3 - 1}{2} = 1$$

36. Jika $f(x) = x + 2$ dan $g(x) = \frac{15}{x}$ maka tentukan x jika $(f^{-1}og^{-1})(x) = 1$

Jawab :

$$(f^{-1}og^{-1})(x) = 1 \Leftrightarrow g^{-1}(x) = f(1) = 1 + 2 = 3 \Leftrightarrow x = g(3) = \frac{15}{3} = 5$$