

A. Kaidah Pencacahan (Counting Slots)

Kaidah pencacahan adalah suatu kaidah yang digunakan untuk menentukan atau menghitung berapa banyak cara yang terjadi dari suatu peristiwa.

Banyak cara yang bisa digunakan antara lain : Aturan Pengisian Tempat, Faktorial , Permutasi, Kombinasi.

1. Aturan Pengisian Tempat

Masalah 1

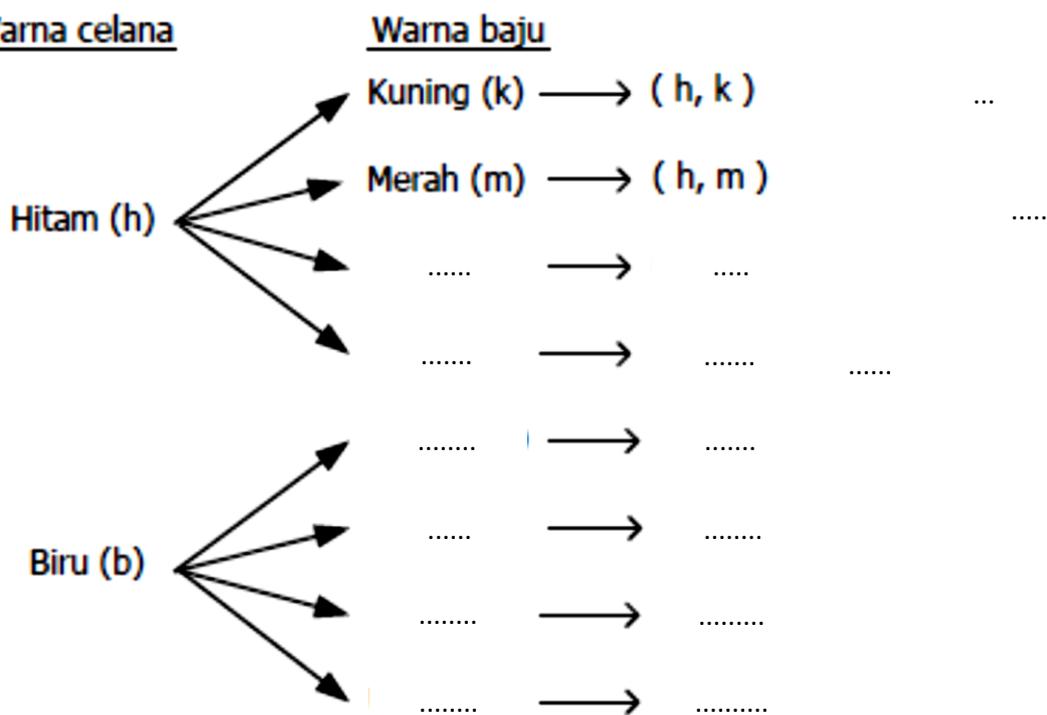
Misalkan ada dua celana berwarna hitam dan biru serta empat baju berwarna kuning, merah, putih dan ungu. Ada berapa banyak pasangan warna celana dan baju yang dapat dibentuk?

Jawab :

➤ Tabel

Warna celana \ Warna baju	Kuning (k)	Merah (m)	Putih (p)	Ungu (u)
Hitam (h)	(h, k)	(h, m)
Biru (b)

➤ Diagram Pohon



Dari tabel dan diagram pohon diatas tampak ada 8 macam pasangan warna celana dan baju yang dapat dibentuk, yaitu : (h,k), (h,m), (h,p), (h,u), (b,k), (b,m), (b,p), dan (b,u).

➤ Pasanganan berurutan

Misalkan himpunan warna celana dinyatakan dengan $A = \{h,b\}$ dan himpunan warna baju dinyatakan $B = \{k,m,p,u\}$. Himpunan pasangan terurut dari himpunan A dan himpunan B dapat ditulis $\{(h,k), (h,m), (h,p), (h,u), (b,k), (b,m), (b,p), (b,u)\}$. Banyak unsur dalam himpunan pasangan terurut ada 8 macam warna.

Jika tersedia suatu tempat dengan n unsur, maka untuk mengisi tempat yang tersedia setelah satu tempat terisi dengan cara yang berbeda ditentukan dengan :

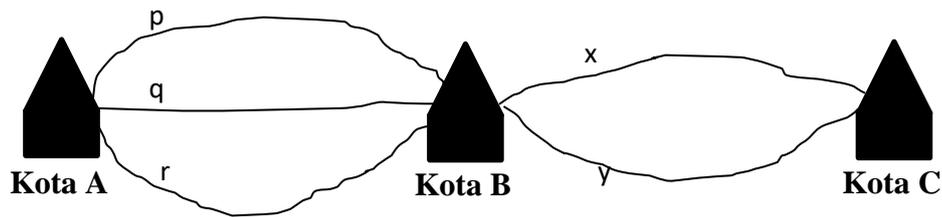
$n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots$

Jika beberapa peristiwa dapat terjadi dengan $n_1, n_2, n_3, ..$ cara yang berbeda, maka keseluruhan peristiwa itu dapat terjadi dengan $n_1 \times n_2 \times n_3 \times ..$ cara yang berbeda.

Contoh soal :

1. Dari kota A ke kota B dapat melalui 3 jalur. Dari kota B ke kota C dapat melalui 2 jalur. Berapa jalur yang dapat dilalui dari kota A ke kota C melalui kota B ?

Jawab :



Cara 1 :

Dari gambar diatas jalur yang dapat dilalui dari kota A ke kota C melalui kota B adalah px, py, qx, qy, rx, ry . Jadi, banyaknya jalur yang dapat dilalui ada 6.

Cara 2 :

Ada 3 jalur dari kota A ke kota B, yaitu p, q dan r

Ada 2 jalur dari kota B ke kota C, yaitu x dan y

Berdasarkan aturan pencacahan, banyaknya jalur yang dapat dilalui adalah $3 \times 2 = 6$

Jadi, banyaknya jalur yang dapat dilalui adaah 6.

2. Dari angka angka 1, 2, 3, 4, 5, dan 6 akan disusun bilangan empat angka. Tentukan banyaknya bilangan yang terjadi jika :

- a. Angka boleh berulang
- b. Angka tidak boleh berulang

Jawab :

Bilangan empat angka

Ribuan	Ratusan	Puluhan	Satuan
--------	---------	---------	--------

- a. Angka boleh berulang

$$n = 6$$

6	6	6	6
---	---	---	---

$$6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1.296$$

Jadi, banyaknya bilangan yang diperoleh adalah 1.296

- b. Angka tidak boleh berulang

$$n = 6$$

6	5	4	3
---	---	---	---

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

Jadi, banyaknya bilangan yang diperoleh adalah 360

Kerjakan Soal Dibawah ini !

1. Misalkan dari Semarang ke Bandung ada 2 jalan dan dari Bandung ke Jakarta ada 3 jalan. Berapa banyak jalan yang dapat ditempuh untuk bepergian dari Semarang ke Jakarta melalui Bandung?
2. Dari lima buah angka 0, 1, 2, 3, dan 4 hendak disusun suatu bilangan yang terdiri atas 4 angka. Berapa banyak bilangan yang dapat disusun apabila angka-angka itu tidak boleh berulang?
3. Diketahui huruf A B C D E dan F akan disusun. Tentukan banyaknya susunan huruf jika
 - a. Terdiri dari 4 huruf dan tidak boleh berulang (tidak sama)
 - b. Terdiri dari 3 huruf dan berulang
 - c. Terdiri dari 5 huruf, tetapi huruf pertama huruf vokal dan boleh sama
4. Dari 9 pengurus OSIS yang terdiri dari 4 wanita dan 5 pria akan dibentuk kepengurusan ketua, wakil ketua, sekretaris dan bendahara.
 - a. Berapa banyaknya susunan pengurus yang dapat dibentuk?
 - b. Berapa banyaknya susunan pengurus dapat dibentuk jika ketua harus laki-laki?

c. Berapa banyaknya susunan pengurus dapat dibentuk jika sekretaris harus wanita?

2. Faktorial

n faktorial adalah hasil kali bilangan bulat positif dari n sampai dengan 1. Notasi dari n faktorial dilambangkan dengan $n!$ (dibaca : “ n faktorial”)

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1!$$

Contoh Soal

Tentukan nilai dari $5!$

Jawab :

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

Kerjakan Soal berikut ini!

1. Tentukan nilai dari
 - a. $7!$
 - b. $5! - 3!$
 - c. $3! + 4!$
 - d. $3! \cdot 4!$
2. Tentukan nilai dari
 - a. $\frac{5!}{2!}$
 - b. $\frac{8!}{5! \cdot 3!}$
 - c. $\frac{12!}{8! \cdot 2! \cdot 3!}$
 - d. $\frac{50!}{48! \cdot 2!}$
3. Tentukan nilai dari
 - a. $\frac{3}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{2}{5!}$
 - b. $\frac{1}{8!} - \frac{2}{9!} + \frac{3}{10!}$
4. Tentukan nilai n dari faktorial berikut
 - a. $\frac{n!}{(n-2)!} = 30$
 - b. $\frac{(n-1)!}{(n-3)!} = 12$
 - c. $\frac{(n+2)!}{(n-1)!} = 42n$
 - d. $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 56$

3. Permutasi

Permutasi yaitu penyusunan unsur (r) [angka, huruf, orang] dan n unsur dengan *memperhatikan urutan dan tidak berulang*.

Rumus Permutasi (P)

$$P_r^n = n \cdot P_{r-1}^{n-1} = P_{(n,r)} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Contoh soal :

$$P_2^8 = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8!}{6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 56$$

Kerjakan Soal dibawah ini!

1. Tentukan nilai permutasi dari !
 - a. P_5^6
 - b. P_7^9
 - c. P_1^{10}
2. Tentukan nilai n dari permutasi berikut:
 - a. $P_2^n = 90$
 - b. $P_2^{n+1} = 72$
3. Berapa banyak permutasi 2 huruf yang diambil dari huruf-huruf A, B, C, D, dan E ?
4. Dalam rapat RT akan dibentuk pengurus RT yang terdiri dari ketua, sekretaris, dan bendahara. Banyak susunan pengurus yang terbentuk dari 6 kandidat adalah ...

5. Dalam suatu kepengurusan yang beranggotakan 10 orang akan dipilih pengurus yang terdiri atas ketua, wakil ketua, sekretaris, dan bendahara. Banyak susunan pengurus berbeda yang dapat dibentuk adalah ...

a. Permutasi Unsur yang berbeda

Rumus :

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}, \text{ dengan } r \leq n$$

Contoh soal

Diketahui kata “**BERMAIN**” buatlah susunan yang terdiri dari 3 huruf

Jawab :

$$n = 7$$

$$r = 3$$

$$P_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 210$$

Kerjakan Soal berikut ini!

- Diketahui angka-angka **2 3 4 5 6 7 8 9** . Tentukan susunan bilangan yang terdiri dari :
 - 2 angka
 - 3 angka
- Suatu kelas terdiri dari 40 anak akan dipilih 3 anak sebagai teladan 1, teladan 2, dan teladan 3. Tentukan banyaknya susunan yang terjadi!
- Dari 7 orang pengurus suatu ekstrakurikuler akan dipilih seorang ketua, wakil ketua, sekretaris, bendahara, dan humas. Banyak cara pemilihan pengurus ada
- Dalam kompetisi bola basket yang terdiri dari 10 regu akan dipilih juara 1, 2, dan 3. Banyak cara memilih adalah ...
- Dalam rangka memperingati HUTRI, Pak RT membentuk tim panitia HUTRI yang dibentuk dari 8 pemuda untuk dijadikan ketua panitia, sekretaris, dan bendahara masing-masing 1 orang. Banyaknya cara pemilihan tim panitia yang dapat disusun adalah ...

b. Permutasi unsur-unsur yang sama

Rumus :

$$P_{k,l,m}^n = \frac{n!}{(k!l!m!\dots)!}$$

Contoh soal :

Tentukan permutasi dari kata “**D O D O L** “!

Jawab :

$$n = 5, D = 2, O = 2$$

$$P_{(2,2)}^5 = \frac{5!}{2!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2!}}{2 \cdot 1 \cdot \cancel{2!}} = 30$$

Kerjakan soal berikut ini!

- Tentukan permutasi dari :
 - MISISIPI
 - SUASANA
 - BOROBUDUR
 - MATEMATIKA
 - 112334
 - 22345556
- Terdapat 5 bunga mawar, 3 bunga melati, dan 2 bunga dahlia. Akan ditanam secara berjajar. Berapa macam susunan bunga-bunga tersebut?
- Dari 10 kelereng, 5 berwarna merah, 3 berwarna hitam dan 2 berwarna putih. Berapa banyak cara untuk menyusun kelereng tersebut berdampingan?

c. Permutasi Siklis

Rumus :

$$P = (n - 1)!$$

Contoh :

Tentukan permutasi dari huruf-huruf yang disusun melingkar berikut :

1. A, B, C
2. A, B, C, D, E jika huruf A dan B selalu berdekatan

Jawab :

1. $n = 3$
 $P = (n - 1)!$
 $P = (3 - 1)! = 2! = 2$
2. $n = 4$
 $P = (4 - 1)! \cdot 2! = 3! \cdot 2! = 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 12$

Kerjakan soal berikut ini!

1. Tentukan permutasi siklis dari huruf huruf yang disusun melingkar berikut:
 - a. A, B, C, D
 - b. A, B, C, D, E, F jika huruf DEF selalu berdekatan
2. Dari 8 peserta konferensi akan menempati kursi pada meja bundar, berapa macam susunan posisi duduk yang dapat terjadi?
3. Diketahui 7 siswa, 3 siswa pria dan 4 wanita mengadakan belajar bersama mengelilingi meja bundar. Tentukan :
 - a. Banyaknya cara mereka duduk melingkar
 - b. Banyaknya cara mereka duduk melingkar jika 2 siswa wanita selalu berdekatan
 - c. Banyaknya cara mereka duduk melingkar jika siswa pria selalu duduk berdekatan
4. Dalam satu keluarga terdiri dari Ayah, Ibu, 2 orang anak laki-laki dan 1 anak perempuan makan malam mengelilingi meja bundar. Berapa cara :
 - a. Mereka duduk melingkar
 - b. Mereka duduk melingkar jika laki-laki selalu berdekatan
 - c. Mereka duduk berkeliling jika Ayah dan Ibu selalu berdampingan
5. Dari 8 anggota Karang Taruna dimana Hanif, Nisa, dan Azzam ada di dalamnya, akan duduk mengelilingi meja bundar. Ada berapa susunan yang terjadi, jika:
 - a. Semua anggota Karang Taruna bebas untuk memilih tempat duduk
 - b. Hanif, Nisa, dan Azzam harus duduk berdampingan
 - c. Hanif, Nisa, dan Azzam tidak boleh ketiganya duduk berdampingan

4. Kombinasi

Kombinasi adalah susunan huruf/angka/orang dari n unsur dan diambil r unsur yang *tidak memperhatikan urutan*

Rumus :

$$C_r^n = n \cdot C_r = C_{(n,r)} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Contoh Soal :

$$C_4^{11} = \frac{11!}{4!(11-4)!} = \frac{11!}{4! \cdot 7!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \cancel{7!}}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \cancel{7!}} = 330$$

Kerjakan Soal berikut ini

1. Tentukan nilai Kombinasi dari :
 - a. C_1^8
 - b. $C_1^4 \cdot C_3^5$
 - c. $C_3^{10} \cdot C_2^7$
2. Tentukan nilai n jika diketahui :

- a. $n C_2 = 21$
 - b. $n C_2 = 15$
 - c. $(n + 1) C_1 = 10$
3. Dari 12 orang anggota Karang Taruna akan dipilih 3 orang sebagai petugas ronda. Ada berapa susunan petugas ronda yang dapat dibentuk?
 4. Pada sebuah tes seorang peserta hanya diwajibkan mengerjakan 6 dari 10 soal yang diberikan. Berapa jenis pilihan soal yang mungkin untuk dikerjakan?
 5. Dari 8 pemain basket akan dibentuk tim inti yang terdiri dari 5 pemain. Banyaknya susunan tim inti yang mungkin terbentuk adalah ...
 6. Dari 20 orang siswa yang berkumpul, mereka saling berjabat tangan, maka banyaknya jabatan tangan yang terjadi adalah....
 7. Dari suatu kotak terdapat 20 bola dimana 8 warnanya merah, 7 warnanya putih, dan sisanya berwarna hitam. Jika diambil 4 bola dari kotak tersebut, berapa banyak cara untuk mendapatkan warna:
 - a. Dua merah dan dua putih?
 - b. Semuanya hitam?
 - c. Paling sedikit dua merah?
 8. Diketahui 6 orang pria dan 4 wanita akan dipilih 3 orang secara acak untuk menjadi responden. Tentukan banyaknya cara untuk memilih
 - a. Ketiga orang tersebut
 - b. 2 pria dan 1 wanita
 - c. 1 pria dan 2 wanita
 - d. Pria atau wanita